

XXV. *A Letter to the Rev. Nevil Maskelyne, F. R. S. Astronomer Royal, from Mr. Bailly, of the Royal Academy of Sciences at Paris: Containing a Proposal of some new Methods of improving the Theory of Jupiter's Satellites. Translated from the French, with the Original underneath.*

S I R,

Read Feb. 18 and  
25, 1773.

**T**HOUGH I have not the honour of being personally known to you, I flatter myself, you will excuse the liberty I have taken, of communicating to you two methods, of my invention, for perfecting the theory of the satellites of Jupiter. The former of these methods serves to measure their diameters, and the latter is intended to make the observations comparable with each other, though made in different places, and with different instruments. As my intention has been

---

Monfieur,

Quoique je n'aye pas l'honneur d'être connu de vous, je pense, que vous ne trouverez pas mauvais, que je prenne la liberté de vous communiquer deux méthodes, que j'ai imaginées, pour perfectionner la theorie des satellites de Jupiter. La première de ces méthodes sert à mesurer leur diametre, et la seconde a pour objet de rendre les observations comparables, soit quelles aient été faites en differens lieux et avec differens instrumens.

Mm

been to make these methods useful, I cannot do better, than submit them to the best judges. Your reputation, Sir, engages me, to lay them before you, and to beg you would examine them: flattered as I should be with your approbation, I shall receive, with great gratitude, whatever criticisms they may happen to suggest. Observation must determine, whether, by this method, it will be possible to arrive at an agreement, which hitherto has been wished for, without being attained.

You know, that the observations of the eclipses of the third and fourth satellites, made by different observers, vary from each other 3, 4, and 5 minutes, and sometimes more; and that there is even a pretty sensible difference in those of the second. In the 38th page of the preface to my *Essay on the Theory of the Satellites*, which has been presented to the Royal Society, I mentioned the inequality discovered by Mr. de Fouchy, and I suggested, that the perfect-

ing

Mon bût a été que ces méthodes soient utiles; je ne puis mieux faire, que de les soumettre aux meilleurs juges. Votre réputation, Monsieur, m'engage à vous les détailler, et à vous prier de les examiner: votre suffrage me flatterait infiniment, mais je recevrai toujours avec reconnaissance les réflexions critiques que ces méthodes pourront vous suggérer. Les observations vous feront connoître si par cette méthode on peut parvenir à un accord que l'on a souhaité jusques ici sans l'avoir obtenu.

Vous savez, que les éclipses du troisième et du quatrième satellite, faites par différens observateurs, diffèrent entr'eux de 3, 4, 5 minutes et quelquefois plus; et que celles du second diffèrent à une assez sensiblemen. Dans *L'Essai sur la Théorie des Satellites*, dont j'ai fait hommage à la Société royale, je parlais dans la préface, page xxxviii, de l'inégalité découverte par Mr. de Fouchy, et j'annonçais,

nonçais,

ing of this theory might perhaps depend upon the quantity of this inequality, which Mr. de Fouchy has not determined, not having been at leisure, to resume the subject, since the year 1732. The segment of the disc, which is not eclipsed, when the satellite disappears, must vary in the proportion of the squares of the distances of Jupiter from the Sun, and from the Earth. This is what a little reflection will make evident to every one, and this is the first cause of the inequality. Since Mr. de Fouchy's observation, it has been discovered, that the light of the satellite likewise decreases, in proportion to the proximity of Jupiter's disc; the brightness of the planet weakens that of the satellite, and, for this reason, the eclipses, which happen too near the opposition [of Jupiter to the Sun], are looked upon as defective. Besides, the light of Jupiter, as well as that of his satellites, is different, in his  
different

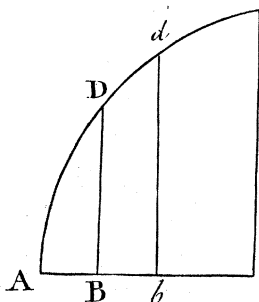
nonçais, que la perfection de cette théorie dépendrait peut être de la quantité de cette inégalité, que Mr. de Fouchy n'a point déterminée; il n'a pu s'en occuper depuis 1732. Il résulte de la considération du segment du disque, qui n'est pas éclipsé, quand le satellite disparaît, que ce segment varie en raison [*inverse*] des quarrés de la distance de Jupiter au Soleil, et de la distance de Jupiter à la Terre. Voilà la première cause d'inégalité. Depuis Mr. de Fouchy, on s'est aperçu que la lumière du satellite diminueoit encore en raison de la proximité du disque de Jupiter; l'éclat de la planète efface celui du satellite, c'est pour cette raison que les éclipses, qui arrivent trop près de l'opposition, sont regardées comme défectueuses. De plus, la hauteur de Jupiter sur l'horison contribué aussi à affoiblir sa lumière, et celle de ses satellites;

different elevations above the horizon : when the planet is low, more rays of light are lost, in their passage through a thicker atmosphere ; and whenever the light is less, the segment, which is not eclipsed when the satellite disappears, and which I call the insensible segment, increases, and occasions another inequality in the moment of the eclipses ; lastly, the power of the telescopes, or their aperture, which, according as it is greater or less, gives more or less light, contributes to the variation of this segment. Here then are four causes of inequality, which I reduce to one principle, and the following is the scope of my researches. When the satellite disappears, there is certainly a segment of its disc which remains uneclipsed ; the magnitude of this varies, on account of the four causes just mentioned ; thence it follows, that

---

tellites : quand cette planete est peu élevée, il se perd plus de rayons en traversant une atmosphere plus épaisse ; or, toutes les fois que la lumiere diminue, le segment, qui n'est pas éclipsé quand le satellite disparaît, ce segment que j'appelle le segment insensible, augmente, et il en résulte une autre inégalité dans le moment des éclipses ; la force des lunettes, ou leur ouverture qui, lors qu'elle est plus ou moins grande, fournit plus ou moins de lumiere, contribue encore à faire varier ce segment. Voila donc quatre causes d'inégalités, que je ramene à un même principe, et quant à mes recherches, voici ce dont il est question. Quand le satellite disparaît, il y a certainement un segment de son disque qui n'est pas éclipsé. La grandeur de ce segment varie en raison des quatre causes que nous venons d'établir. D'où il résulte, que

that if in one eclipse the segment is  $ABD$ , and in another  $Abd$ , when the fatellite disappears in the second eclipse, it will have got less into the shade, by a part of its diameter  $Bb$ ; which part  $Bb$ , therefore, must be the value of the equation between the two



eclipses. Now, if we call  $Ab$ ,  $a$ ;  $AB$ ,  $b$ , the radius of the disc of the fatellite  $r$ , the semidiameter of the shadow taken from the tables  $R$ , and the total duration of the eclipse  $d$ , the time taken up in going over  $Bb$ , or the equation (<sup>a</sup>), will be  $\frac{2Rr(a-b)}{d}$ ,

which contains three unknown quantities, to wit, the versed sines  $a$  and  $b$ , of the two invisible segments, and the semidiameter of the disc of the fatellite :

que si pour une éclipse ce segment est  $ABD$ , et que pour une autre éclipse il soit  $Abd$ , dans cette seconde éclipse, quand le fatellite disparaîtra, il sera moins entré dans l'ombre, d'une partie  $Bb$  de son diamètre, laquelle partie  $Bb$  est la valeur de l'équation entre ces deux éclipse. On trouve facilement que si l'on nomme  $Ab$ ,  $a$ ;  $AB$ ,  $b$ , le rayon du disque du fatellite  $r$ , le demi diamètre de l'ombre tiré des tables  $R$ , et la durée entière de l'éclipse  $d$ ; le tems employé à parcourir  $Bb$ , ou l'équation, sera  $\frac{2Rr(a-b)}{d}$ . Cette expression contient trois in-

connuës, les sinus versés  $a$  et  $b$  des deux segmens invisibles, et le demi diamètre  $r$  du disque du fatellite. Car vous savez,

tellite : for you know, Sir, that there is nothing to be depended on, in all that has been done upon the diameters of the satellites by Cassini, Whiston, and Maraldi. The following is the way which I have taken, to determine these unknown quantities. I observe, first of all, that two of them,  $a$  and  $b$ , are reducible to one ; because, as you will see presently, the two segments are always in a known proportion [to the whole disc of the satellite, as well as to each other] ; and consequently, the proportion of their versed sines,  $Ab$ ,  $AB$ , may be obtained, either by calculation, or by a table made for the purpose. In order to discover it, considering that when the satellite disappears, it is from the diminution of its light, I conceived, that one might contrive to imitate, at any time, what happens in the eclipses, by diminishing the light. I have an achromatic telescope of five feet length, and 24 lines aperture. I made some diaphragms of pasteboard, which I could apply on the

---

Monsieur, tout ce qui a été fait sur les diametres des satellites par Cassini, Whiston, et Mr. Maraldi, et vous savez qu'il n'y a rien sur quoi on puisse compter. Voici comment je suis parvenu à les déterminer. Je remarque d'abord que les deux inconnues,  $a$ ,  $b$ , se réduisent à une seule, parceque, comme vous le verrez tout à l'heure, les deux segmens sont toujours dans un rapport connu, et conséquemment par le calcul ou par une table dressée exprès, on a le rapport de leurs sinus versés  $Ab$ ,  $AB$ . Pour les connaitre, j'ai vu que quand le satellite disparaît, c'est par la diminution de sa lumiere, et j'ai pensé, qu'à tous les momens on pouvait imiter, d'une maniere factice, ce qui arrive dans les éclipses, en diminuant la lumiere du satellite. J'ai une lunette achromatique de 5 pieds, qui porte 24 lignes d'ouverture. J'ai taillé des diaphragmes de carton, que je pouvais appliquer

the outside of my object-glass, the openings of which lessened, by half-lines successively, from twenty-four lines down to three. In fine weather, I applied these successively to my object-glass, and endeavoured to find out, whether, by trying from the greatest to the less, some one of them could not be found, that would make the satellite disappear. My success in this gave me great satisfaction. One day, for instance, the third satellite disappeared, when the opening was reduced to three lines, and the first, when it was reduced to six only; and as, in the telescopes, the quantity of light is in the proportion of the squares of the apertures, I concluded, that the 64th part of the light of the third satellite, and the 16th of the first, were insensible; whence it follows, that if, at the instant of an eclipse of the first satellite, the sixteenth part of its light is insensible, the invisible segment  $ABD$  will be likewise a sixteenth part of the disc; and thence it will be easy to compute

---

appliquer extérieurement sur mon objectif, et dont les ouvertures diminuaient de demie ligne, depuis 24 lignes jusqu'à 3. Par un beau tems, j'ai placé successivement sur mon objectif tous ces diaphragmes, et j'ai cherché, si en passant toujours des plus grands aux plus petits, il n'y en aurait pas quelqu'un, qui fit disparaître le satellite; et j'ai réussi avec une grande satisfaction. Un certain jour, par exemple, le troisième satellite disparut, lorsque l'ouverture fut réduite à trois lignes, et le premier, lorsque l'ouverture fut réduite à six seulement. Comme dans les lunettes la lumière est dans le rapport du quarré des ouvertures, j'en ai conclu que la 64<sup>me</sup> partie de la lumière du troisième, et la seizième du premier étaient insensibles: d'où il résulte, que si dans le moment d'une éclipse du premier satellite la seizième partie de sa lumière est insensible, le segment invisible  $ABD$  sera aussi la seizième partie du disque, d'où il est aisé de calculer le sinus

versé

compute the versed sine A B. In these first observations, I took care to chuse the time, when the satellite was at its greatest elongation ; for the insensible part increases prodigiously, and sometimes amounts to a third of the disc, when the satellite is very near the edge of Jupiter. This variation is much larger, than that which takes place, in consequence of the distance of Jupiter from the opposition to the Sun, and contrary to it. As it is scarce possible to estimate the law of the variations of this segment, occasioned by the proximity of the disc of Jupiter, I judged, that they ought to be determined by observation. Accordingly, I followed the satellite from the edge of the disc of Jupiter, to the farthest limit of its eclipses, that is, with respect to the first, to the distance of two semidiameters of Jupiter. Having thus several points by observation, I got the rest by interpolation, and made a table of the variations of the invisible segment,

verse A B. J'avais eu soin dans ces premieres observations, de choisir le tems où le satellite était dans ses plus grandes digressions. Car cette partie insensible augmente prodigieusement, et devient quelquefois le tiers du disque, lorsque le satellite est fort près du bord de Jupiter. Cette variation est contraire et beaucoup plus grande que celle qui a lieu en vertu de la distance à l'opposition. Comme on ne peut gueres estimer la loi que suivent les variations de ce segment, à raison de sa proximité du disque de Jupiter, j'ai jugé qu'il falloit déterminer ces variations par observation. J'ai donc suivi le satellite depuis le bord du disque de Jupiter, jusqu'au terme le plus éloigné de ses eclipses, c'est à dire, à l'égard du premier, jusqu'environ à la distance de deux demi diametres de Jupiter. Ayant obtenu ainsi plusieurs points donnés par observation, j'ai eu les autres par interpolation, et j'ai dressé une table des variations du segment invisible, qui dépendent de la distance au bord  
de



ment, which depend upon the distance from the edge of Jupiter; a similar table I likewise, made for each of the three first satellites; but have not yet been able, to make sufficient observations on the fourth. These tables are contained in a long paper of mine, which will be published in the volume of our Academy for 1771; but, if you please, I will send them to you. These segments being known, it is clear, that, besides their variations occasioned by the distance of the satellite from the edge of Jupiter, they will be liable to others. First, In consequence of the change of Jupiter's distances, both from the Sun and from the Earth. Upon this account, the magnitudes of these segments being known, for a particular epoch\*, those known magnitudes must be multiplied by  $\frac{m^2 n^2}{p^2 q^2}$ , to determine the magnitude of the segment at any other time. In which expression,  $p$  and  $q$  stand for the di-

\* *Known*, by the author's tables, for any distance of the satellite from the edge of Jupiter, at the particular epoch to which the tables are adapted.

stances

de Jupiter; j'ai dressé une pareille table pour chacun des trois premiers satellites; je n'ai pu observer encore, comme il faut, le quatrième. Si vous désirez ces tables, Monsieur, je vous les enverrai. Elles sont dans un long mémoire, qui sera imprimé parmi ceux de l'Académie pour 1771. Ces segments étant une fois connus, il est clair, qu'outre les variations que ces segments subissent, en vertu de la distance du satellite au bord de Jupiter, ils varieront encore. 1°. En vertu de la distance de Jupiter au Soleil, et de Jupiter à la Terre. Il faudra donc multiplier ces segments, connus pour une certaine époque, par  $\frac{mm nn}{pp qq}$ , en supposant que  $p$  et  $q$  aient été les di-

stances

stances of Jupiter from the Sun and from the Earth respectively, at the given epoch, and  $m$  and  $n$  for the distances, at the other time, for which the value of the invisible segment is required. 2dly, There will be other variations depending on Jupiter's height above the horizon. The segments which I have observed, have all been reduced to the constant height of  $15^\circ$ . Mr. Bouguer, in his Optics, has given a table of the degrees of light of the planets, at their different elevations above the horizon, which, from my own observations, I have found to be very exact, and useful for the present purpose. Now, as the segments are in the inverse ratio of the numbers of this table, putting  $g$  for the number corresponding to the elevation of  $15^\circ$ , and  $b$  for the number corresponding to any other elevation, the segments must be multiplied by  $\frac{g}{b}$ . 3dly, These segments will yet be subject to another variation depending on the aperture of the telescope. It is certain that a larger

---

stances de Jupiter au Soleil et à la Terre, au moment de cette époque, et  $m$ ,  $n$ , les distances de Jupiter au Soleil et à la Terre, au moment pour lequel on voudra connaître le segment invisible. 2. En vertu de la hauteur de Jupiter sur l'horison. Les segments, que j'ai observés, ont été tous réduits à la hauteur constante de  $15^\circ$ . Mr. Bouguer a donné, dans son Optique, une table des degrés de la lumière des planètes, à différentes hauteurs sur l'horison ; je me suis assuré, par des observations, qu'elle est très exacte, et très utile dans la recherche présente. Les segments sont en raison inverse des nombres de cette table : soit donc pour  $15^\circ$  ce nombre  $g$ , et pour une hauteur quelconque soit ce nombre  $b$ , il faudra multiplier les segments par  $\frac{g}{b}$ . 3. En vertu de l'ouverture de la lunette. Il est certain qu'une ouverture plus grande

larger aperture giving more light, the insensible part of the disk must be smaller ; and it seems demonstrable by theory, that this insensible part, or the invifible segments, must be inverfely as the fquares of the apertures. I refolved, however, to affure myfelf of this by experiment. For this purpofe, I carried my telescope to Mr. Meffier's obfervatory, who has one of Dollond's telescopes, of three feet and a half length, and forty lines aperture. On the 20th of Auguft 1771, he faw the fecond fatellite difappear in his telescope, through an aperture of three lines. The fame fatellite difappeared in mine, when the aperture was reduced to the fame quantity of three lines, and not before. We changed inftruments, and, repeating the experiment, found the fame effect. Now, the infensible part was  $\frac{9}{1600}$  of the difc, in Mr. Meffier's inftrument, and  $\frac{9}{576}$  in mine. Thefe portions, therefore, in thefe telescopes, were in the inverfe proportion of the fquares of the apertures.

---

donnant plus de lumiere, la partie infensible du difque doit être plus petite, et il parait démontré, par la theorie, que, dans différentes lunettes, cette partie infensible, ou les segments invifibles doivent être en raifon inverfe des quarrés des ouvertures ; mais j'ai voulu m'en affurer par l'expérience. Je me fuis transporté chez Mr. Meffier avec ma lunette ; il en a une de Mr. Dollond, de trois pieds et demi, qui porte 40 lignes d'ouverture. Le 20 Août 1771, il a vû difparaître, dans fa lunette, le fecond fatellite, par une ouverture de 3 lignes. Le même fatellite n'a difparu, dans la mienne, que par une ouverture également de 3 lignes. Nous avons répété la même expérience, en troquant d'instruments, et nous avons trouvé les mêmes réfultats. Or, dans la lunette de Mr. Meffier, la portion infensible était  $\frac{9}{1600}^{\text{me}}$  du difque, et dans la mienne  $\frac{9}{576}$ . Ces portions, dans ces lunettes, étaient donc en raifon inverfe des quarrés des ouvertures.

D d

VOL. LXIII. ainfi,

apertures. Consequently, in order to determine the segments for an aperture of any number of lines  $k$ , the segments of my table, which are all calculated for an aperture of 24 lines, must be multiplied by  $\frac{576}{k^2}$ . Hence, to compute the invisible segment for any particular eclipse, the actual distance of the satellite from the edge of Jupiter being known, look for the quantity of the invisible segment, which answers to that distance, in my table, and multiply this quantity by  $\frac{m^2 n^2}{p^2 q^2} \times \frac{g}{b} \times \frac{576}{k^2}$ . If two different observations made in the same place, or rather two observations, made in different places by different observers, are to be compared, the invisible segment must be determined, such as it was for each observer;  $AB$  and  $Ab$ , the versed sines of these segments,

---

ainsi, mes segmens ayant été déterminés pour une ouverture de 24 lignes, si on veut les avoir, pour une lunette, dont l'ouverture aura un nombre de lignes exprimé par  $k$ , il faudra multiplier ces segmens par  $\frac{576}{k^2}$ . Donc, quand on voudra calculer le segment invisible, qui aura lieu pour le moment d'une certaine éclipse, au moyen de la distance actuelle du satellite au bord de Jupiter, on cherchera, dans mes tables, le segment invisible, qui y répond, et on le multipliera par  $\frac{m^2 n^2}{p^2 q^2} \times \frac{g}{b} \times \frac{576}{k^2}$ . Si on veut comparer ensemble deux observations différentes, ou plutôt, si on veut comparer deux observations faites en différens lieux par deux observateurs différens, on déterminera le segment invisible, qui a lieu pour chacun de ces observateurs: on calculera les sinus versés  $Ab$  et  $AB$  de ces deux segmens, et dans l'expression

$$\frac{2 R r (a - b)}{d}$$

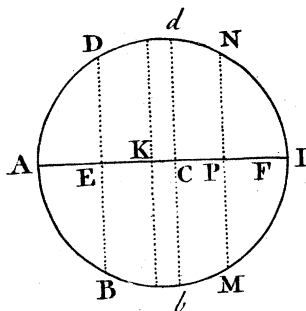
segments, must be computed, and in the expression  $\frac{2Rr(a-b)}{d}$ , the only remaining unknown quantity, will be  $r$ . The following is the method I have hit upon for determining it. I considered, that, by trying different diaphragms successively, some few minutes before an immersion, it would be easy to find out the particular size, which would make the satellite disappear; and that the proportion of the invisible segment to the whole disc of the satellite, for that instant, would, by that means, be determined. Suppose then that I have found this diaphragm: my next step is, to cover the object-glass of my telescope with a diaphragm somewhat larger, which suffers me just to perceive the satellite, but so weak and small, that the least further diminution of its light must render it invisible. I wait till it actually disappears; I write down this time, then take away the diaphragm, and the number of seconds, which pass betwixt this first disappearance and the

---

$\frac{2Rr(a-b)}{d}$ , on n'aura plus d'autre inconnue que  $r$ . Voici

la méthode que j'ai imaginée pour la déterminer. J'ai pensé, que si quelques minutes avant une immersion, on essayait différens diaphragmes, jusqu'à ce qu'on ait trouvé celui, qui fait disparaître le satellite, on aurait, pour ce moment, le rapport du segment invisible au disque entier du satellite. Ce diaphragme étant connu, je couvre ensuite l'objectif de ma lunette d'un diaphragme un peu plus grand, qui me laisse appercevoir le satellite, mais faible et très petit, de maniere que ce satellite cessera d'être visible dès que sa lumière sera tant soit peu diminuée. J'attends qu'il disparaisse, [*et je suis ainsi averti du moment où il commence à toucher l'ombre*] (b) je marque cet instant, j'enleve le diaphragme, et le nombre de secondes écoulé, entre cette premiere disparition

the true immersion, giving me a great part of the diameter, I easily compute the whole. The following is an example of my method. On the 26th of June 1771, there was an immersion of the third fatellite, at 56' after nine in the evening. I found the diaphragm, which made the fatellite disappear, to be of 12 lines. Then I fitted my glass with a diaphragm of 17 lines; I might have taken one much smaller: presently the fatellite disappears. But removing the diaphragm, I see the fatellite again, very distinctly, for 2' 18''; after which, the true immersion followed. Now, this is my calculation. The aperture of the diaphragm, which made the fatellite disappear, being 12 lines by observation, the invisible segment at the instant of the eclipse, must have been



a quarter of the disc. Let ABD be this quarter. I know that, at the instant of the immersion, the fatellite had entered the shade, by the whole part EF of its diameter. I say then, if on an aperture of 24 lines, the part ABD is insensible, the insensible part, on an aper-

---

et la véritable immersion, me donne la mesure d'une grande partie du diamètre, d'où il est aisé de conclure le diamètre entier. Voici un exemple de la méthode. Le 26 Juin, 1771, à 9 h. 56' du soir, il y avait une immersion du troisième fatellite. J'ai déterminé de 12 lignes le diaphragme qui faisait disparaître le fatellite. J'ai garni ma lunette d'un diaphragme de 17 lignes (je l'aurais pu prendre beaucoup moins ouvert) j'ai vu disparaître le fatellite, j'ai ôté le diaphragme, j'ai revû, très distinctement, le fatellite pendant 2' 18'', après quoi s'est faite la véritable immersion. Voici le calcul. J'apprends, par l'observation du diaphragme

aperture of 17 lines, will be larger than A B D, in the proportion of the square of 24 to the square of 17. Saying, then as  $17^2 : 24^2 :: 0,25000 :: x$ ,  $x$  comes out  $= 0,49827$ , or near half the disc represented by unity; thence I see that, at the instant of the first disappearance, the satellite had not gone in farther than K. Putting the radius  $AC=1$ , the versed sines AE, AK will be  $= 0,59602$  and  $0,99884$ ; consequently,  $EK = 0,40282$ . Substitute this value of EK, instead of  $a - b$ , in the expression  $\frac{2Rr \times r(a-b)}{d}$ , and you will have  $\frac{2Rr \times 0,40282}{d} = 2' 18''$ , and  $r = 5' 23''$  of time, will be the semi-diameter of the satellite, or, the whole diameter will be  $22' 34''$  [of the satellite's orbit, considered as a circle, or, would be seen, under an angle of this quantity, from Jupiter's centre]. In this observation, as I have already

phragme de 12 lignes, qu'au moment de l'éclipse le segment invisible a dû être le quart du disque : soit A B D le quart du disque; je suis sûr, qu'au moment de l'immersion, le satellite était entré dans l'ombre, de toute la partie EF de son diamètre. Je dis ensuite, si pour une ouverture de 24 lignes la partie ABD est insensible, cette partie doit devenir plus grande pour une ouverture de 17 lignes; et elle doit augmenter dans le rapport du carré de 17 au carré de 24: faisant donc comme  $17^2 : 24^2 :: 0,25000 : x$  on trouve  $x = 0,49827$ , ou près de la moitié du disque, représenté par l'unité. Je vois donc, qu'au moment de la première disparition le satellite n'était entré encore que jusqu'en K. En supposant le rayon  $AC = 1$ , on trouve les sinus versés AE, AK égaux à  $0,59602$ , et  $0,99884$ : par conséquent,  $EK = 0,40282$ . Si l'on substitue, pour  $a - b$ , cette valeur de EK, dans la formule  $\frac{2Rr(a-b)}{d}$ , on aura  $\frac{2Rr \times 0,40282}{d} = 2' 18''$ : d'où l'on tire  $r = 5' 23''$  de tems, pour le demi diamètre du satellite, ou  $22' 34''$  de degrés, pour le diamètre entier. Dans cette observation, comme je l'ai déjà remarqué,

ready said, I used a diaphragm with too great an opening (c), for the first disappearance. Take then a second observation. On the first of August 1771, there was an emerfion of the third fatellite, about 15' after nine. I marked the instant of this emerfion; then I furnished my telescope with a diaphragm of 8 lines. The fatellite disappeared, and did not begin to appear again till at the end of 6' 24". Some minutes after, when it was quite come out of the shadow, I measured the diaphragm, which would make it disappear, and found it of 7 lines. These 7 lines give a segment ABD of 0,08507. Then saying  $8^2 : 24^2 :: 0,08507 : x$ ;  $x$ , or the segment ANM, comes out = 0,76562, AE = 0,27994, AP = 1,43098, and EP = 1,15104. Therefore  $\frac{2 R r \times 1,15104}{d} = 6' 24''$ . From this equation  $r$  comes out, 5' 20'', and the whole diameter 22' 22'', [in parts of the circular orbit]. These two conclusions agree so

---

marqué, j'avais employé un diaphragme d'une trop grande ouverture, pour la premiere disparition. Voici une seconde observation : Le 1 Août 1771, à 9 h. 15', il y avait une émerfion du troisieme. Je marquai l'instant de cette émerfion, ensuite je garnis ma lunette d'un diaphragme de 8 lignes: le fatellite disparut, et il ne commença à reparaitre qu'au bout de 6' 24"; quelques minutes après, étant tout à fait sorti de l'ombre, je mesurai le diaphragme qui le faisait disparaître, il se trouva de 7 lignes. 7 lignes donnent un segment ABD de 0,08507. Faisant ensuite  $8^2 : 24^2 :: 0,08507 : x$ , on trouve  $x$  ou le segment ANM=0,76562 : on trouve AE=0,27994, AP=1,43098, et EP=1,15104. On a donc la formule  $\frac{2 R r \times 1,15104}{d} = 6' 24''$  : d'où l'on tire  $r = 5' 20''$ , et le diametre entier, en degrés de 22' 22". Ces deux résultats s'accordent merveilleusement bien,



so perfectly well with each other, that, if I am not too fond of my own work, I may venture to say, the method, I have invented, may be carried to great exactness. I hope you will have the goodness to give me your opinion of it, which I have the greatest respect for, and will be very useful to me, especially if you have leisure to repeat the observations. I shall take the liberty to subjoin a few hints, upon the manner of making them, at the end of this letter. The diameter of the first satellite I have determined by three observations as follows:

An	Immersion	{ 1771, June 30, }	as	{ ' " }	time of	{ ° ' " }	as
	Emerſion	{ Aug. 1, }	seen	{ 7 17 }		{ 1 1 45 }	from
	Emerſion	{ Sept. 2, }	from	{ 7 3 }		{ 0 59 46 }	24.
				{ 7 1 }		{ 0 59 29 }	

You ſee, Sir, that this agreement is likewise very ſatisfactory. Mr. Meſſier took part in theſe obſervations, and found the application of them very eaſy. He himſelf

---

bien, et ſi je ne m'abuſe pas trop ſur mon travail, il me ſemble, que la méthode, que je viens de vous expoſer, eſt ſuſceptible d'une très grande exactitude. J'eſpere que vous voudrez bien m'en dire votre ſentiment, dont je fais le plus grand cas, et qui me ſera très utile, ſurtout ſi vous avez le loisir de répéter ces obſervations. Je prendrai la liberté d'ajouter, à la fin de cette lettre, quelques réflexions ſur la maniere de les faire. A l'égard du diamètre du premier, je l'ai déterminé par trois obſervations. L'immersion du 30 Juin 1771, m'a donné ſon diamètre de 7' 17" en tems, ou de 1° 1' 45" vû de Jupiter. Le premier Août l'émerſion m'a donné ſon diamètre de 7' 3" en tems, ou de 0° 59' 46"; enfin, l'émerſion du deux Septembre m'a donné ſon diamètre de 7' 1" en tems, ou de 0° 59' 29". Vous voyez, Monſieur, que cet accord eſt encore très ſatisfaiſant. Mr. Meſſier a bien voulu prendre part à ces obſervations, il en a trouvé l'uſage facile.

self observed the diameter of the second satellite, by the emersion of the 30th of August; but it emerged at so small a distance from the first, that this circumstance may have vitiated the observation; the diameter of this satellite must therefore be verified by fresh observations. However, the result of Mr. Messier's makes it  $7' 2''$  in time, or  $29' 42''$  seen from Jupiter; and a former observation of mine, of the 11th of July, gave the same quantity precisely. Thus, by means of the tables given in my paper, which I had the honour of mentioning to you, it will be possible, to compute the invisible segment, for all the observations which have been hitherto made, and, the diameter of the satellite being likewise ascertained, to reduce the instant of the observed eclipse to that of the passage of the center over the edge of the shadow, which will be a fixed term for all the observations, and

Il a observé lui même le diametre du second, par l'émerfion du 30 Août, mais il fortit si près du premier, que cette circonstance peut avoir nui à la bonté de l'observation; ainsi le diametre de ce satellite a besoin d'être confirmé par de nouvelles observations. Quoiqu'il en foit, il réfulte de son observation, que le diametre du second est de  $7' 2''$  en tems, ou de  $29' 42''$  vû de Jupiter. Je l'avais trouvé par une autre observation du 11 Juillet, de  $7' 2''$ , précisément comme Mr. Messier. Au moïen des tables, que j'ai données dans mon mémoire, et dont j'ai eu l'honneur de vous parler, Monsieur, on pourra donc calculer, pour toutes les observations faites jusqu'à présent, le segment invisible, qui a eu lieu, et, au moïen du diametre connu réduire l'instant de l'éclipse, au moment où le centre s'est trouvé sur le bord de l'ombre, moment qui sera un terme fixe pour toutes les observations, et pour tous les observa-  
teurs,

and all the observers, who but seldom agree in the observation of the same eclipse. I confess, that the transparency of the air is not always the same, and that a greater or less degree of transparency will make the segments smaller or larger, and consequently affect the observation. The inequality of sight may likewise occasion some error; for, though it might be possible, to settle the general effect of the difference of sight of different observers, the sight of the same person is not constantly the same, and even independently of the change produced by age, may not have the same strength at all times. But by the method I propose, all these inconveniencies will be remedied, in future observations, with little trouble. Every observer is to furnish himself with several diaphragms of pasteboard, gradually diminishing by half-lines, to be applied to the object-glass externally, and some minutes before an immersion, or after an emersion, he is to determine which of them intercepts

---

teurs, qui ne s'accordent que rarement dans l'observation de la même éclipse. Je conviens, que la transparence de l'air n'est pas toujours la même, et que quelques degrés de plus ou de moins dans cette transparence rendent les segments moins ou plus grands, et conséquemment affectent l'observation. L'inégalité des vuës est encore une autre source d'erreurs; quand même on pourrait établir l'effet de la différence des vuës des observateurs; ces vuës ne sont pas constantes, et, sans parler du changement, que l'âge amène avec lui, la vuë peut n'avoir pas la même force dans tous les instans. Voici la méthode, que je propose, pour remédier à tous ces inconveniens, d'une manière facile et commode, à l'égard des observations futures. Il suffirait, que chaque observateur fit des diaphragmes de carton, pour appliquer extérieurement à son objectif, qui diminuassent de demi ligne en demi ligne. Quelques minutes avant une immersion, ou après une émerison,

intercepts from him the sight of the satellite. Having found this, and knowing likewise the diameter of the satellite, he will reduce [by the process of calculation already explained] the observed instant of the eclipse, to that of the passage of the center ; which is the same [as I said before] for all the observers in the world. You see, Sir, what advantages would arise, from this agreement, for the theory of the satellites, and the precision of the terrestrial longitudes. This method takes in every thing ; the difference of glasses, that of sights, the greater or less transparency of the atmosphere, &c. Observation gives the segment greater or less, in proportion to the combined influence of all these causes. The principal advantage of this method, which requires only a very simple calculation, is, that it depends on no hypothesis. It enables us to measure immediately the light of the satellite, whether increased or diminished by all the causes above-mentioned ; to measure, I say, the real impression of  
that

---

il déterminerait, lequel de ces diaphragmes lui dérobe la vue du satellite : ensuite, au moyen du diamètre, il réduirait l'instant de l'éclipse observée, au moment du passage du centre, moment qui est le même pour tous les observateurs de tous les pays du monde. Vous voyez, Monsieur, quels avantages il résulterait de cet accord, pour la théorie des satellites, et pour la précision des longitudes terrestres. Cette méthode renferme tout ; la différence des lunettes, celle des vues, le plus ou moins de transparence de l'atmosphère, &c. C'est en raison de toutes ces causes, que l'on trouve, par observation, le segment plus ou moins grand. L'avantage principal de cette méthode, qui n'exige qu'un calcul fort simple, est, de n'être soumise à aucune hypothèse. On mesure immédiatement la lumière du satellite, augmentée ou diminuée  
par

that light upon the eye, whatever be the actual state of the organ. These, Sir, are the methods and enquiries which I submit to your judgment, and with that view, I have been very copious in my details. I am highly ambitious of your approbation, and shall pay great attention to your remarks. I must add, that I am sensible, the determination of the invisible segment, by means of the diaphragm, might be inconvenient to those, who make use of large telescopes for the eclipses of the satellites, were it not, that this observation may be equally well made with a smaller telescope, provided only, that it be sufficient to see and distinguish the four satellites; and after the diaphragm is determined by this smaller telescope, the larger one may be used for the observation of the eclipse. For these measures are easily transferred from one instrument to another, the invisible segments in different telescopes, being inversely

as

par toutes les causes que nous avons indiquées, et on mesure même l'impression de la lumière sur l'œil, quel que soit l'état actuel de cet organe. Voilà, Monsieur, les méthodes et les recherches, que je soumets à vos lumières; et je l'ai fait avec beaucoup de détail, afin de vous mettre dans le cas de les juger. J'ambitionne extrêmement votre suffrage, et je ferai usage de vos réflexions. J'ajouterai, que la détermination du segment invisible, par le moyen du diaphragme, pourrait devenir incommode, pour ceux qui se servent de grandes lunettes, dans les éclipses des satellites; mais cette observation peut se faire également avec une petite lunette, pourvu qu'elle fasse bien voir et distinguer les quatre satellites. Quand on aura déterminé le diaphragme avec cette lunette, on fera l'observation de l'éclipse avec son instrument ordinaire. On peut transporter ces mesures, très aisément, d'un instrument à l'autre, puisque les seg-

as the squares of the apertures. For reflectors, I have a method of the same kind with the former, grounded, at least, upon the same principles, by which I can determine their power, and compare them, both with each other, and with the refracting telescopes. I shall conclude with some hints concerning the observation of the diaphragm, for determining the invisible segment. To repeat these observations with judgement, it will be necessary to recollect the intention of them ; which is, to measure what portion of the disc remains illumined, that is, what portion of the satellite's light [continues, though unperceived, to be transmitted to the observers eye] at the instant when the satellite disappears, upon the brink of an eclipse. In lessening gradually the aperture of the glass, the observer should not begin with too small an opening ; because the eye, not accustomed to

---

mens invisibles sont, dans les différentes lunettes, en raison inverse du carré des ouvertures. Quant aux télescopes de réflexion, j'ai une méthode à peu près du même genre que celle-ci, et qui du moins est fondée sur le même principe, par laquelle je puis déterminer la force des télescopes, et les comparer, tant entr'eux, qu'avec les lunettes. Je finirai, Monsieur, par quelques réflexions sur l'observation du diaphragme, qui détermine le segment invisible. Pour bien répéter ces observations, il faut se rappeler l'esprit, dans lequel elles ont été entreprises, et dans lequel elles doivent toujours être faites. C'est de mesurer la quantité de lumière, la portion éclairée du disque, qui subsiste encore au moment où le satellite disparaît, en s'éclipsant. Quand on diminue, par degrés, l'ouverture de la lunette, il ne faut pas commencer par une trop petite ouverture : l'œil n'est pas fait à la grande obscurité qui en résulte ; on ne verrait point le satellite. A chaque fois

to the great obscurity which follows, might not see the satellite at all. As the opening is gradually contracted, the satellite seems to grow less. The observer sometimes loses sight of it for a moment; but, if he continues to look attentively, he sees it again. The real disappearance is only to be concluded, when, upon fixing with steady eyes, for about half a minute, on the place it occupied, it is seen no more; for if one persisted to observe it much longer, it might happen, that it might be seen to glimmer at times, and immediately disappear. I have always made it a rule, to consider the debilitation of the light, in this degree, as actual disparition, and it is necessary, that observers should agree upon this point, in order that their different estimations may be consistent. These fits, of momentary glimmering and extinction, are undoubtedly owing to the motion of the particles of the atmosphere. In the clearest weather, there are always particles of vapour floating in it, in vast abundance; according as these particles place themselves

---

fois qu'on diminue l'ouverture, on voit diminuer le satellite : quelquefois on croit ne le plus voir, mais, après y avoir fait attention, on le revoit : il faut le juger disparu, quand on ne l'aperçoit plus, après avoir considéré, avec des yeux bien reposés, pendant une demie minute environ, la place qu'il occupe : car, si on s'attachait à le considérer plus longtems, il pourrait arriver, qu'on le revit, par moment, paraître, comme par éclairs, & disparaître aussitôt. Je l'ai toujours jugé disparu, quand il a été réduit à cet état d'affaiblissement ; il est essentiel de convenir de ceci, afin que les mesures se rapportent. Ces variations sont dues, sans doute, au mouvement de l'atmosphère. Il y a toujours, dans les

momens

selves in the direction of the ray of light, or out of it, the light of the satellite is diminished or restored, and the satellite, in consequence, is either hid or rendered visible. This does not happen in eclipses, wherein a great part of the light is in reality extinguished. But, in the case I am now speaking of, though the diminution of the aperture of the glass does indeed take away a great quantity of it, yet this quantity is always relative to the actual state of the atmosphere<sup>(d)</sup>: if that state changes, this quantity becomes alternately sensible or insensible, according as the light meets with more or less obstructions, in its passage, from the vapours. Another thing, which it will be necessary to point out to you, is, that the operation with the diaphragms, for determining the invisible segment, must be made and concluded, before the satellite has touched the shadow. The proper time, therefore

momens où le tems est le plus serein, une infinité de vapeurs, dont les particules nagent dans l'atmosphère; selon que ces particules s'accumulent sur la route du rayon de lumière, ou qu'elles s'en écartent, elles ôtent ou rendent plus de lumière à ce satellite, qui, en conséquence, se cache ou se laisse voir. C'est ce qui n'arrive point dans les éclipses, où une grande partie de la lumière est réellement détruite. Ici l'ouverture diminuée de la lunette en détruit réellement aussi une grande quantité, mais cette quantité est toujours relative à l'état actuel de l'atmosphère. Si l'état de l'atmosphère change, cette quantité devient alternativement sensible ou insensible, selon que les vapeurs lui opposent plus ou moins d'obstacles. Une chose qu'il est encore nécessaire de vous faire observer, Monsieur, c'est, que l'opération du diaphragme, qui détermine le segment invisible, doit être faite et finie, avant que le



fore, for beginning this observation, will be determined, by the time the diameter takes in entering, which, in the perpendicular ingrefs, or when Jupiter is in the nodes, is 7' for the two first, and 11' for the third. The time of the oblique ingrefs is  $(7') \frac{2R}{d}$  for the two first, and  $(11') \frac{2R}{d}$  for the third ; which, for this last, may in extreme cases amount to about 27' or 28'. It is proper to take 5' more ; for the observations of the diaphragm will take up 2', even when use has rendered them familiar, and the tables may be 2' or 3' behind. At present, it is be sufficient, to begin the observation 16' before an eclipse of the third satellite ; but there are times, in which it would be necessary, to begin 29' or 30' before. It is essential, not to begin too late, for fear of missing the observation ; it is likewise essential, not to begin too soon, because then the  
segment

le satellite ait touché l'ombre. Ainsi le tems, que le diametre met à entrer, doit donc regler cette observation ; c'est à dire, 7' pour les deux premiers, et 11' pour le troisieme ; mais ce tems est celui de l'entrée perpendiculaire, qui n'a lieu que lorsque Jupiter est dans les noeuds. L'entrée oblique est  $7' \frac{(2R)}{d}$  pour les deux premiers, et  $(11') \frac{2R}{d}$  pour le troisieme, ce qui peut aller pour celui ci jusqu'à 27' ou 28'. Il faut encore prendre 5' de plus, parceque même étant exercé, il faut bien 2' pour l'observation du diaphragme, et que les tables peuvent être en retard de 2' à 3'. Actuellement il suffit donc, de s'y prendre, pour cette observation 16' avant une eclipse du troisieme, mais il y a des tems, où il faudroit s'y prendre 29' ou 30' avant. Il  
6 est

segment measured would be too small, as the satellite is continually either approaching Jupiter, or receding from him. All this is hastily explained; but these matters are so familiar to you, that you cannot but understand me, and this letter is already too long. I am afraid it will tire you; but I am extremely desirous of having the exactness and utility of these two methods, the one, for the measure of the diameters, the other, for making all the observations capable of mutual comparison, ascertained, by repeating the observation of the diaphragm in every eclipse. I cannot take a better way, than to consult the several astronomers, who, like you, besides being deeply skilled in the theory, are the most celebrated observers. If they will adopt this method, it will be the best way of making it general, as others will follow it of course. I have communicated

---

est essentiel de ne s'y pas prendre trop tard, pour ne pas manquer l'observation; il est essentiel aussi de ne s'y pas, prendre trop tôt, parcequ' alors on mesurerait un segment trop petit; car le satellite s'approche ou s'éloigne continuellement de Jupiter. Tout ceci est expliqué en courant, comme vous voyez, Monsieur, mais vous en savez trop sur ces matieres, pour ne me pas entendre, et cette lettre est déjà d'une excessive longueur. J'ai bien peur, qu'elle ne vous cause de l'ennui; mais j'ai extrêmement à cœur, de constater l'exactitude et l'utilité de ces deux méthodes, celle de la mesure des diametres, et celle de rendre toutes les observations comparables, en répétant, à chaque éclipse, l'observation du diaphragme. Je ne puis mieux faire que de consulter les astronomes, qui étant comme vous, Monsieur, profondément versés dans la théorie, sont, en même tems, les plus célèbres observateurs. Si ceux ci veulent bien adopter cette méthode, c'est le meilleur moyen de la rendre générale: les autres l'adopteront aussi.

municated it to Mr. Messier, who proposes making use of it. Mr. Maraldi, who is gone to his house near Nice, has tried the observation of the diaphragm, with success, with an achromatic telescope three feet and a half long; and he would already have made use of it, but that it is impracticable with the telescope of 15 feet, which he uses for the eclipses of the satellites. I have written to him, that he may observe the eclipse with his usual telescope, and the diaphragm with the achromatic; so that I make no doubt he will use this method, as soon as Jupiter shall have come out of the rays of the Sun. These, Sir, are the things on which I wish to consult you, and have your advice. I shall be much

---

Je l'ai communiquée à Mr. Messier, qui se propose d'en faire usage. Mr. Maraldi, qui, comme vous savez, est allé chez lui à Perinaldo, dans le comté de Nice, a essayé l'observation du diaphragme, qui lui a réussi, avec une lunette achromatique de 3 pieds et demi; et il l'auroit déjà employée, si ce n'est, que l'observation du diaphragme n'est pas praticable avec sa lunette de 15 pieds, dont il se sert pour les éclipses des satellites. Je lui ai mandé, comme je vous l'ai fait observer plus haut, qu'il pouvoit faire l'observation du diaphragme avec sa lunette achromatique, et celle de l'éclipse avec sa lunette ordinaire: ainsi je ne doute point, qu'il ne fasse usage de cette méthode, lorsque Jupiter se dégagera des rayons du soleil. Voilà, Monsieur, toutes les choses, sur lesquelles je suis bien aise de vous consulter, et de vous demander votre avis. Si vous croyez que cette lettre en vaille la peine, je serai très flatté, que vous la communiquiez à la Société Royale, à laquelle je présente l'hommage de mon profond respect.

much flattered by your communicating this letter to the Royal Society, if you think it deserves attention.

I have the honour to be, &c.

Bailly,  
Of the Royal Academy of Sciences  
of Paris.

Pardon, Monsieur, de vous avoir détourné si longtems. Permettez moi de vous assurer du respect avec lequel je suis,

Votre très humble

Et très obeïssant Serviteur,

BAILLY,  
De l'Academie des Sciences de Paris.

# NOTES ON THE FOREGOING PAPER,

BY THE REV. SAMUEL HORSLEY.

$$(a) \frac{2 R r (a - b)}{d}.$$

This formula is deduced from the following principles.

1st. That the motion of the satellite, in its orbit, is uniform, or, at least, may be considered as such, without sensible error, in the present investigation.

2. That the time, which the semidiameter takes to enter the shadow, in any eclipse, is inversely as the whole time of the duration of the eclipse.

3. That the time, which any given part of the semidiameter takes to enter the shadow, is to the time which the whole semidiameter takes to enter, as that part to the whole.

Now, let  $a$  and  $b$  denote the versed sines of the arcs  $Ad$ ,  $AD$  (in the figure p. 189.) respectively, the radius being unity. Let  $R$  denote the half-time of the duration of an eclipse, when Jupiter is in the node of the satellite's orbit.  $r$ , the time which the semidiameter takes to enter the shadow in *such* eclipses;  $d$ , the whole duration of an eclipse, happening when Jupiter is at any given distance from the node. Then will  $\frac{2 R r}{d}$  express the time, which the semidiameter of the satellite will take to enter the shadow, in the eclipse whose duration is  $d$  (by 2<sup>d</sup>, because  $d : 2 R = r : \frac{2 R r}{d}$ ). And,  $\frac{2 R r}{d}$  being the time that

the semidiameter takes to enter the shadow,  $\frac{2 R r (a - b)}{d}$  will be the time that the part  $Bb$  takes to enter, by 3<sup>d</sup>."

It is to be observed, that, to compare two eclipses by this formula, it is necessary, that the planet should have been at the

same distance from the node of the satellite's orbit, at the commencement of both. For comparing eclipses otherwise circumstanced, a more general formula may easily be deduced from the same principles. If  $Ad$  be the insensible segment in one eclipse,  $AD$  in another (vide figure p. 189.),  $a$  the versed sine of the arc  $Ad$ ,  $b$ , of  $AD$  (the radius being unity),  $d$  the whole duration of the first eclipse,  $\delta$  of the second, then  $\frac{2Rr}{d\delta} \times \overline{\delta a - db}$  is

what the author would call the equation, between the two, arising from the different magnitudes of the insensible segment, or the time, by which the interval between the observed eclipses, differs from the interval between the real passage of the center in each eclipse. This is a general formula, for all eclipses of the same satellite. If the planet's distance from the node hath been the same in both, then  $\delta = d$ , and this formula changes into the author's. The more general one is here given, rather for the fuller explication of the theory, than for any necessity that there is to have recourse to it in practice. For, though the use of it may sometimes be convenient, eclipses of the same satellite may always be compared without it, when once the diameter of the satellite is known, and the magnitude of the insensible segment in each eclipse determined, by reducing the observed immerison or emersion to the true ingress or egress of the center.

(*b*) The words printed in the Italic character are designedly omitted in the translation, it being apprehended, that it is owing to some inadvertency, that they appear in the author's text. For unless they are expunged, the general description, here intended, of the author's method of determining the diameters of the satellites, will by no means agree with the examples of that method immediately subjoined. These words imply, that the author takes the instant of the disparition of the satellite, in the contracted aperture of the diaphragm, for the moment of the contact of the satellite's limb with the edge of the shadow, and makes that moment, so determined, the basis of his calculations: reasoning, as it should seem, thus. "When any part of the diameter of the satellite, however small, hath entered the shadow, some part of the light, which the observer receives, through the aperture of the diaphragm, from the whole unshaded disc, will be intercepted. But that aperture is so small, that the light transmitted through it, from the whole unshaded disc, is but just sufficient to be sensible; and must, therefore, cease to be so,

when it is in the smallest degree diminished, i. e. when the very smallest part imaginable of the disc is shaded. Therefore, the moment of the disparition, in the aperture of the diaphragm, is the true commencement of the eclipse, or differs from it by less than any assignable difference."

But it appears, from the examples given afterwards, that the author's calculations proceed upon much safer principles. Having determined the portion of the disc, that is insensible on the whole given aperture of his telescope, he computes what larger portion will be insensible, on the smaller given aperture of his diaphragm. And then, by observing the two disparitions, the earlier one in the diaphragm, the other in the telescope with the object-glass uncovered, the last of which he calls the true immersion, he knows the time, in which a given portion of the diameter enters the shadow, and, consequently, the time, in which the whole enters; which determines the magnitude of the whole, in parts of the satellite's orbit, or its apparent magnitude to an observer at Jupiter's center.

(*c*) The disadvantage of using too great an aperture is, that the part of the diameter obtained by observation, from which the whole is to be concluded, will be less, than the same method of observation would give, with a more contracted aperture. For the larger the aperture of the diaphragm is, which is applied to the object-glass, the less is the difference between that aperture and the whole aperture of the telescope; consequently, the less is the difference between the segments, which are insensible in these apertures severally, and the less the portion of the diameter, which passes over the shadow's edge, between the two disparitions.

(*d*) In eclipses, when once the satellite hath disappeared, or is become visible, the author says, we are not to expect those fits of glimmering and extinction, which he hath described as taking place, when we observe the uneclipsed satellite with very contracted apertures.

The reason is plainly this. In immersions, a part of the disc is still indeed enlightened, when the satellite disappears; and the quantity of light, transmitted from this part to the observer's eye, must be very different, in different states of the air's transparency; and consequently, the satellite, after having disappeared, might become visible again, by a sudden increase of the air's transparency in the tract of the satellite's light, provided, the

the magnitude of the unshaded part remained, at the instant of the increased transparency, what it was, when the satellite first disappeared. But, as this is not the case, as the unshaded part is continually growing less, the satellite cannot re-appear, unless the increase of transparency be such, as to overbalance the diminution of light made by the progress of the eclipse. And the motion into the shade is so quick, that this can rarely, if ever, happen. By the like reasoning, fits of extinction are not to be expected, when once the satellite hath shewn itself in an emerſion.

The author of these remarks doth not imagine, that any apology is necessary for the liberty he hath taken. He hath the highest opinion of the merit of Mr. Bailly's invention; and this hath excited him, to contribute what he could, to obviate objections, and to prevent mistakes.